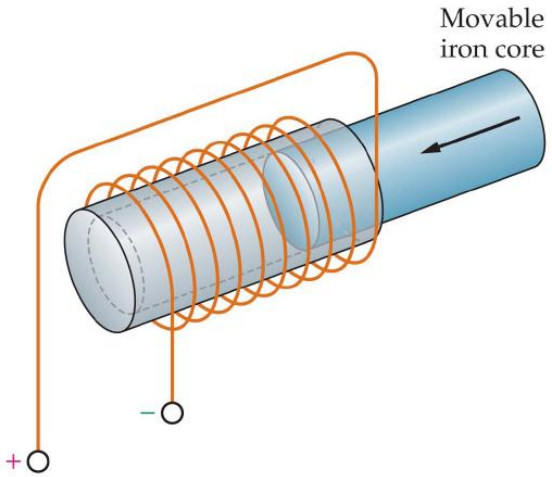
2/Nov/2012 – Aula 12

12. Lei de Biot-Savart

- **12.1 Campo criado por uma corrente rectilínea**
- **12.2 Campo criado por uma espira de corrente**
- **12.3 Campo criado por N espiras de corrente**
- **12.4 Campo criado por um *arco* de corrente**
- **12.5 Momento magnético dipolar**



7/Nov/2012 – Aula 13

13. Lei de Ampère

- **13.1 Campo B no exterior de um fio infinito**
- **13.2 Campo B num condutor**
- **13.3 Campo B de um solenóide**
- **13.4 Campo B de um toro**
- **13.5 Exemplo de aplicação – fusão nuclear**

Aula anterior

12.1 Campo magnético criado por uma corrente rectilínea

Num condutor passa uma corrente eléctrica I na direcção x.
Determine o campo magnético **B** no ponto **P** da figura.

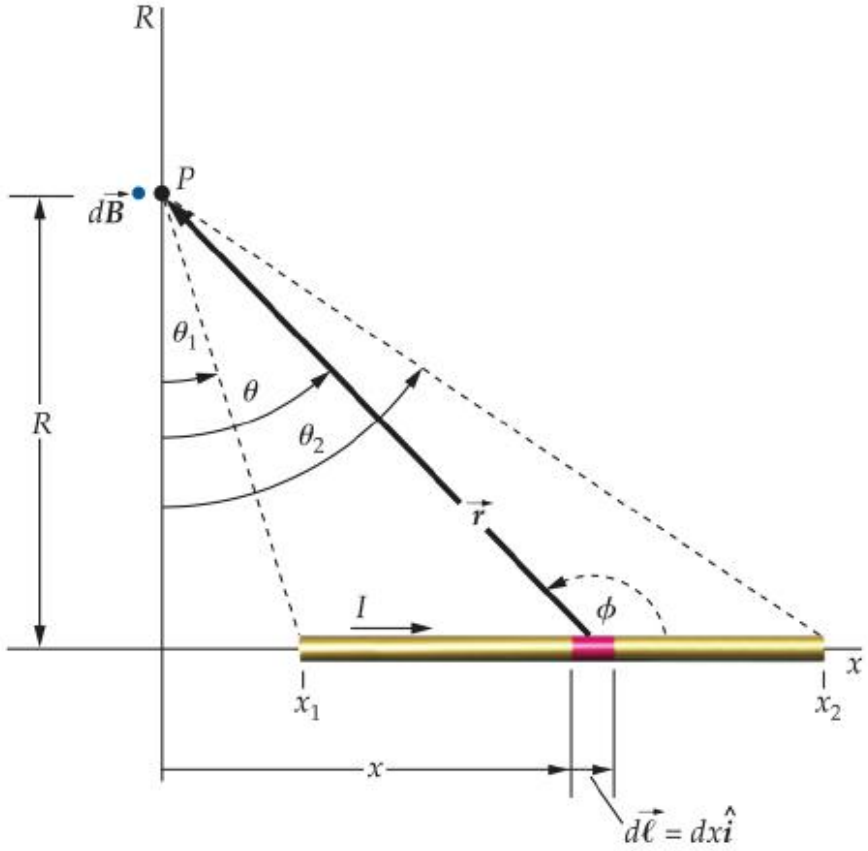
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(\vec{v} \times \hat{r})}{r^2}$$

Lei de Biot-Savart
(cargas em movimento)

⇩

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

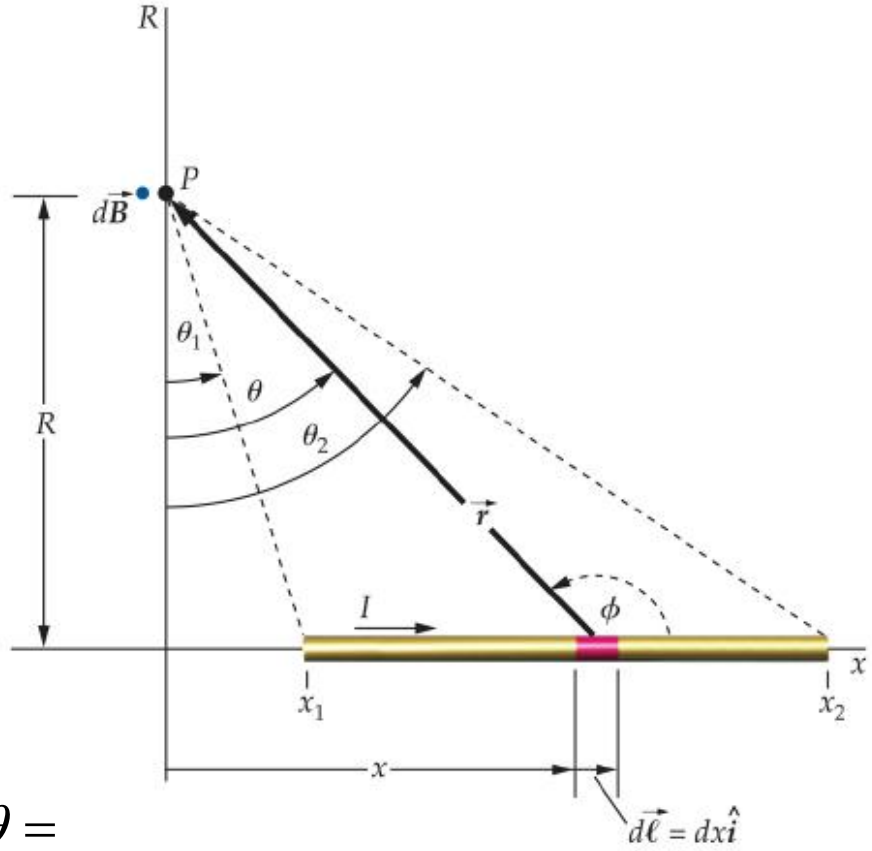
Lei de Biot-Savart
(correntes eléctricas)



Aula anterior

12.1 Campo magnético criado por uma corrente rectilínea

Num condutor passa uma corrente eléctrica I na direcção x.
Determine o campo magnético **B** no ponto **P** da figura.



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\cos\theta\, d\theta$$

Integrando esta expressão entre θ_1 e θ_2:

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\, d\theta =$$

$$= \boxed{\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\left(sen\theta_2 - sen\theta_1\right)}$$

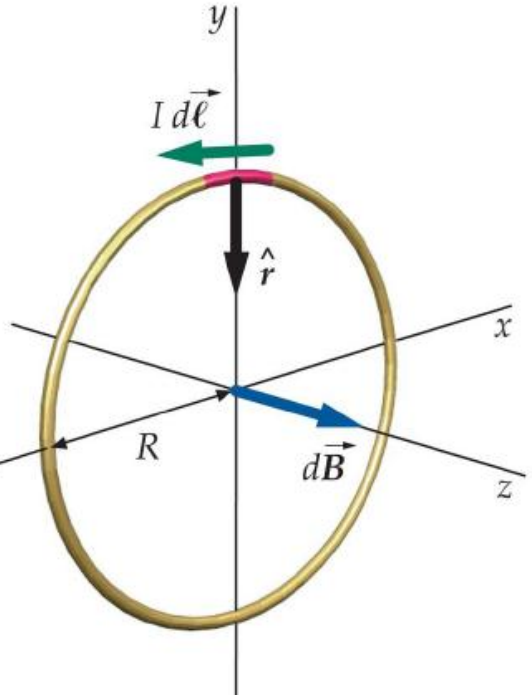
Se θ_1 =-90° e θ_2=+90° $\Rightarrow$ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Aula anterior

12.2 Campo criado por uma espira de corrente

Uma corrente ***I*** passa numa espira de raio ***R***.

Determine o campo magnético à distância *z* do centro da espira, ao longo do eixo zz.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl\,sen\theta}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}$$

No centro da espira, com *z* =0:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \oint dl =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

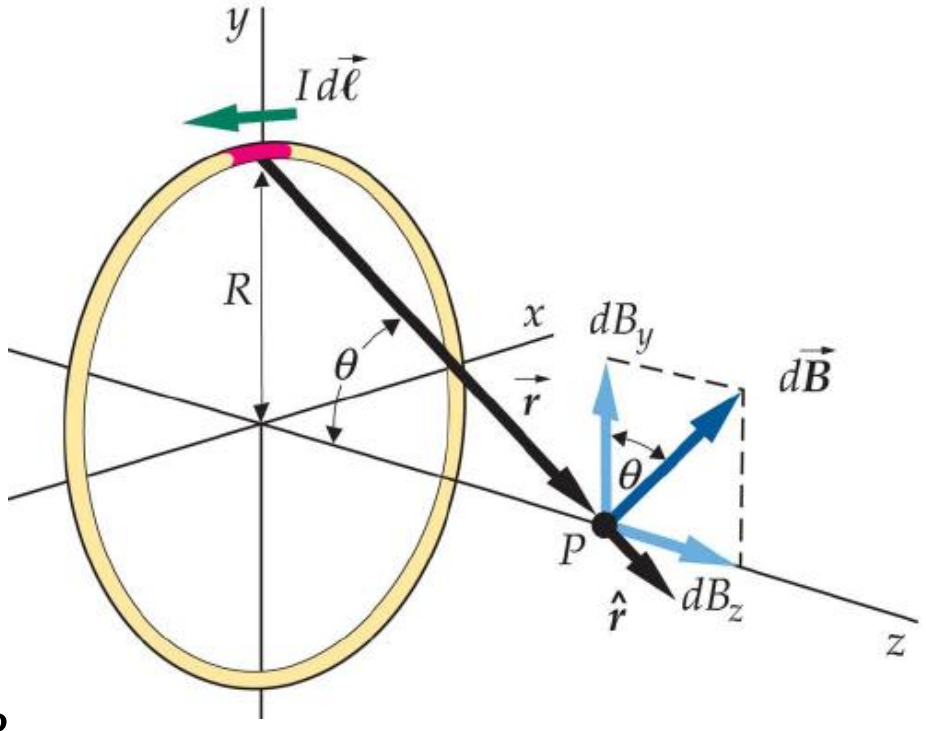
$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(B no centro de uma espira circular)

Aula anterior

12.2 Campo criado por uma espira de corrente

Fora do centro da espira, com z ≠0:



Somando todas as contribuições ao longo da espira ⇒

$$B_z = \oint dB_z = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}} dl =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}} \oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}} 2\pi R =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I\,R^2}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi\,R^2 I}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}}}$$

(B no eixo de uma espira circular)

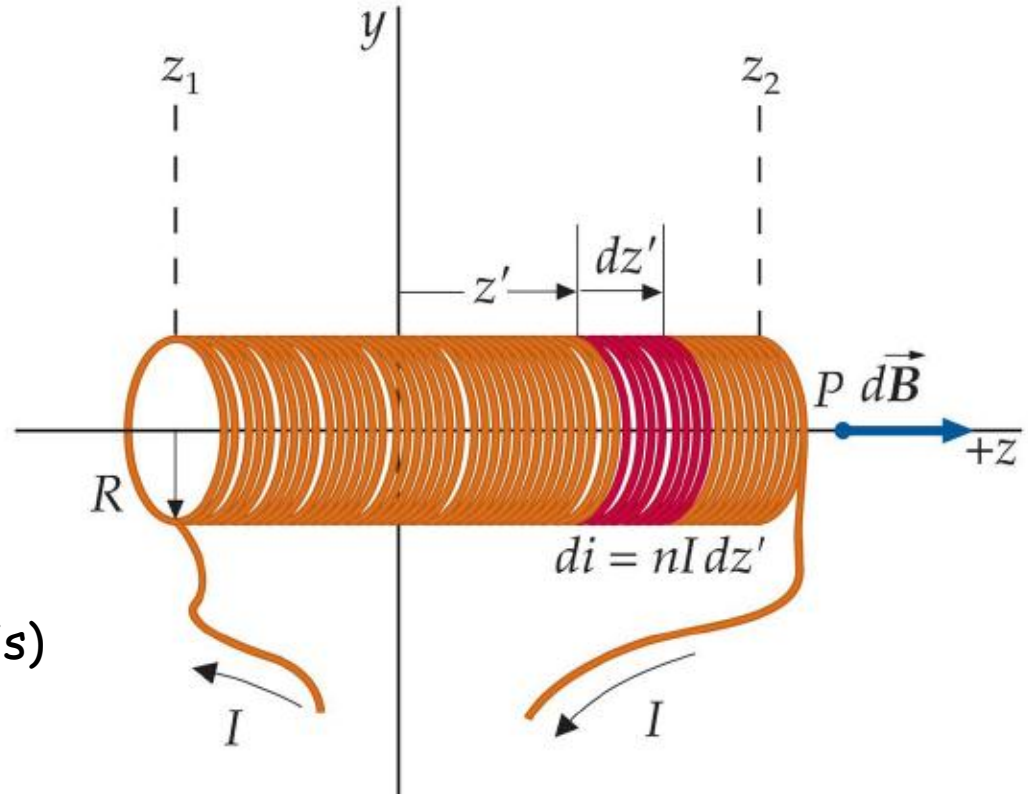
Aula anterior

12.3 Campo criado por N espiras de corrente

Somando todas as contribuições ao longo da bobina $\Rightarrow$

$$B_z = \oint dB_z =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi R^2 n I \oint \frac{1}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}} dz$$



$z = R\,tg\theta$ $\Rightarrow$ (tabela de integrais)

$\Downarrow$

$$B_x = \frac{1}{2}\mu_0 n I \left(\frac{z_2}{\sqrt{z_2^2 + R^2}} - \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2 + R^2}} \right)$$

(B no eixo de um solenóide)

Aula anterior

12.3 Campo criado por N espiras de corrente

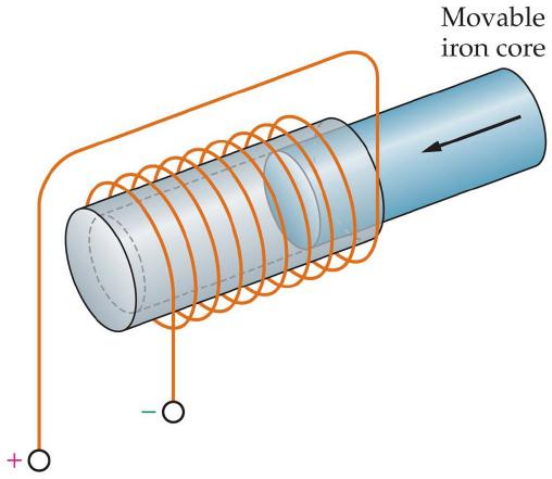
Se o solenóide for suficientemente longo:

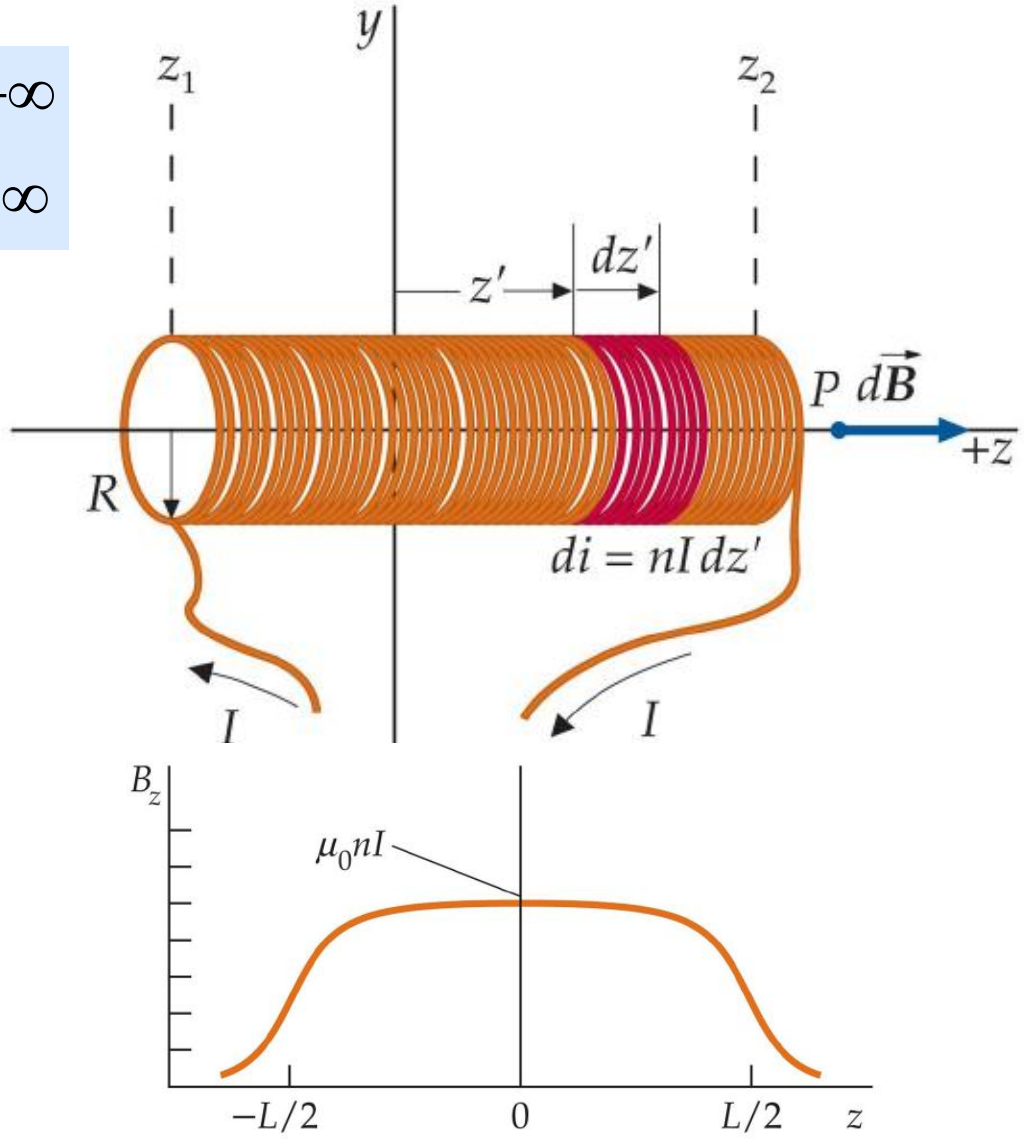
$$z_2 \to +\infty$$
$$z_1 \to -\infty$$

$$\Downarrow$$

$$B_z = \mu_0 n I$$

(B no eixo de um solenóide longo)



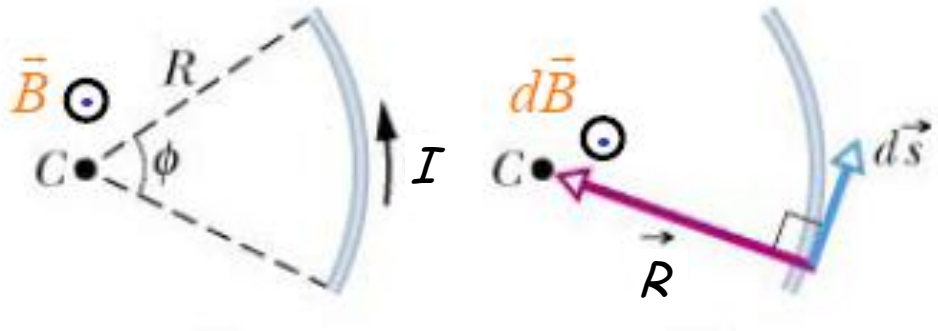


Aula anterior

12.4 Campo criado por um *arco* de corrente

Uma corrente ***I*** passa num arco de circunferência de raio ***R***.

Determine o campo magnético no centro da circunferência.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad \Rightarrow \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ids\, sen90^o}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ids}{R^2}$$

$$ds = R\, d\phi \quad \Rightarrow \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} d\phi$$

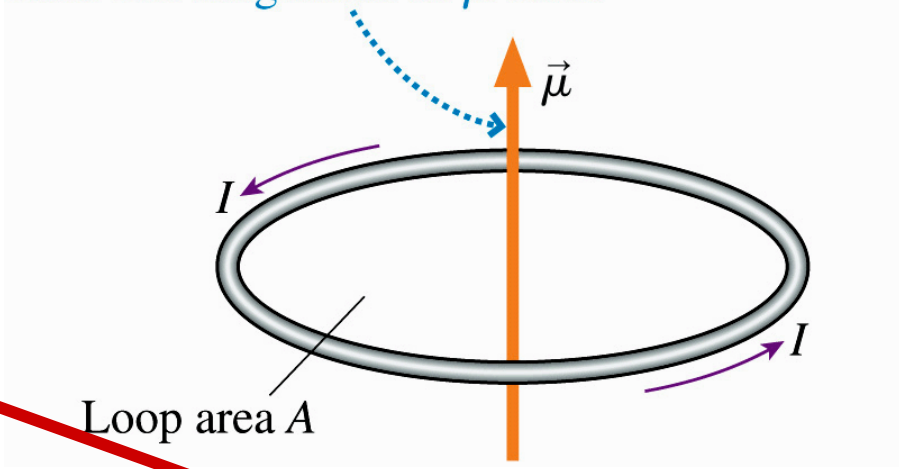
Aula anterior

12.5 Momento magnético dipolar

O campo eléctrico produzido por um dipolo eléctrico com **momento dipolar eléctrico *p*** tem a forma:

$$\vec{E}_{dipolo} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{z^3}$$

The magnetic dipole moment is perpendicular to the loop, in the direction of the right-hand rule. The magnitude of $\vec{\mu}$ is AI.



O campo **magnético** produzido por uma corrente numa espira tem uma forma semelhante, em que o momento magnético dipolar μ é igual a $A\,I$:

$$B_{dipolar} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{\left[z^2+R^2\right]^{3/2}} \underset{z>>R}{\rightarrow} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2(\pi R^2)I}{z^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2AI}{z^3}$$

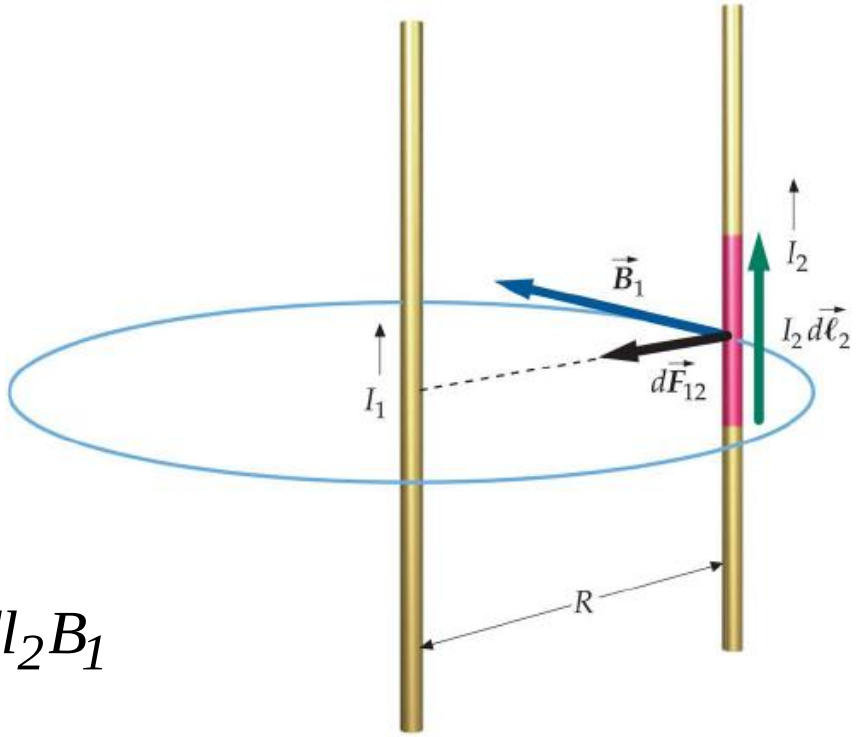
$$\vec{B}_{dipolar} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{A}I}{z^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{\mu}}{z^3}$$

Aula anterior

12.6 Força magnética entre correntes

A força magnética *dF* exercida sobre uma corrente *I* na presença de um campo exterior ***B*** é:

$$\vec{F} = I\,\vec{L}\times\vec{B} \Rightarrow d\vec{F} = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$$



$$d\vec{F}_2 = \left| I_2\,d\vec{l}_2\times\vec{B}_1 \right| \Rightarrow dF_2 = I_2\,dl_2 B_1$$

$$\Rightarrow dF_2 = I_2\,dl_2\,\frac{\mu_0\,I_1}{2\pi R}$$

(na aproximação de fios infinitos)

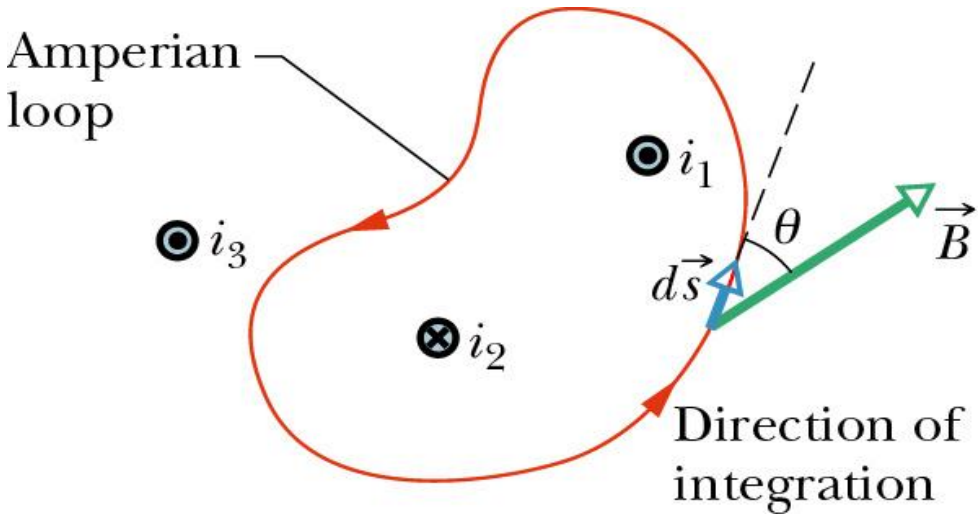
$$\Rightarrow \frac{dF_2}{dl_2} = I_2\,\frac{\mu_0\,I_1}{2\pi R} = 2\,\frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I_1\,I_2}{R}$$

(força por unidade de comprimento)

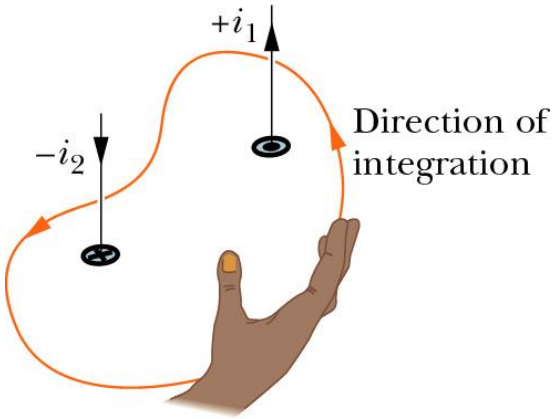
13. Lei de Ampère

A **Lei de Ampère** está para o campo **magnético** como a **Lei de Gauss** para o campo **eléctrico**:

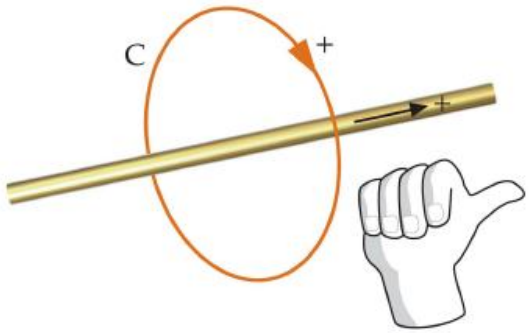
$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_{int}$$



O integral do campo magnético ***B*** ao longo de qualquer linha fechada é proporcional ao somatório das correntes eléctricas incluídas nessa linha.



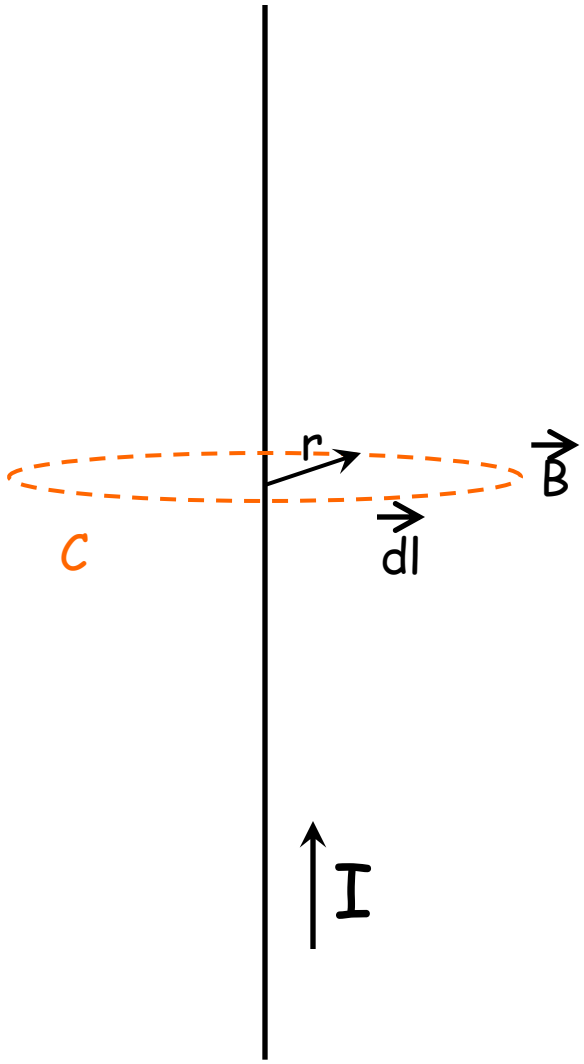
(sentido positivo para a integração)



13.1 Campo no exterior de um fio infinito

Exemplo: simetria cilíndrica, amplitude de **B** constante para qualquer ângulo azimutal (para a mesma distância *r*)

$$\left.\begin{aligned} \oint_C \vec{B}.d\vec{l} &= B\,2\pi r \\ \mu_0 I_{int} &= \mu_0 I \end{aligned}\right\} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

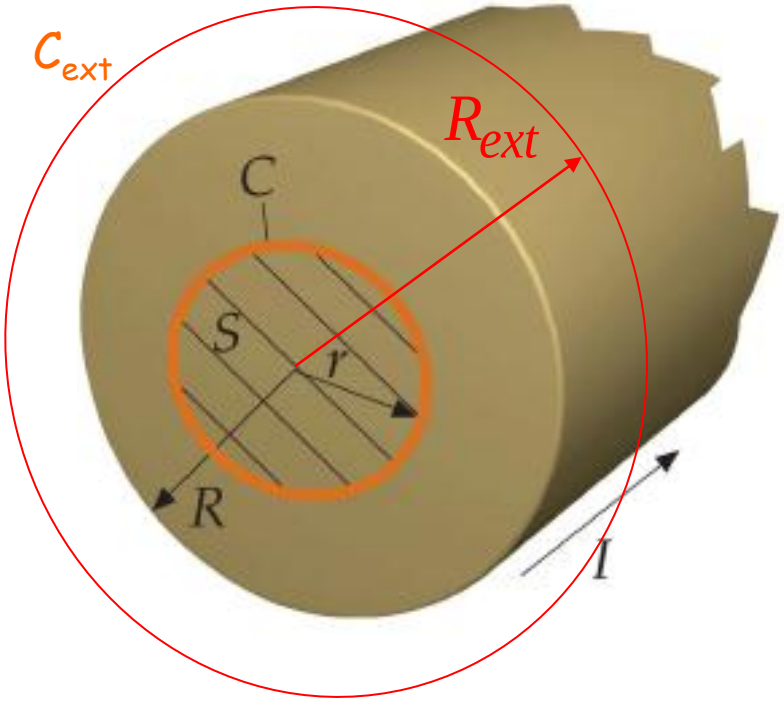


Lei de Ampère- fio infinito

simulação

13.2 Campo B num condutor

Considere um condutor longo, de raio *R*, por onde passa uma corrente *I* uniformemente distribuída pela secção do condutor.
Determine o campo magnético ***B*** no exterior e no interior do condutor.



1º) No exterior ($R_{ext} > R$):

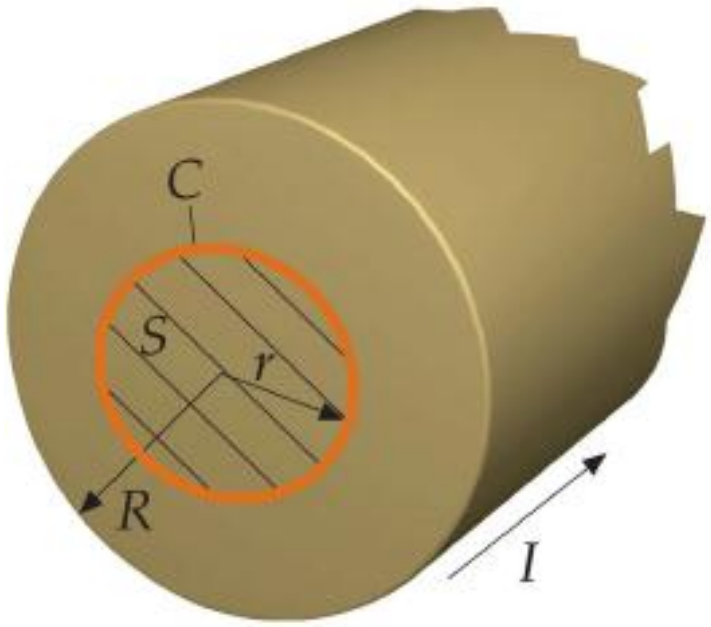
$$\oint_{C_{ext}} \vec{B}.d\vec{l} = \oint_{C_{ext}} B\cos 0^o\, dl = B\oint_{C_{ext}} dl = B2\pi R_{ext}$$

$$\mu_0 I_{int} = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_{ext}}$$

13.2 Campo B num condutor

Considere um condutor longo, de raio *R*, por onde passa uma corrente *I* uniformemente distribuída pela secção do condutor.
Determine o campo magnético ***B*** no exterior e no interior do condutor.



2º) No interior (r < R):

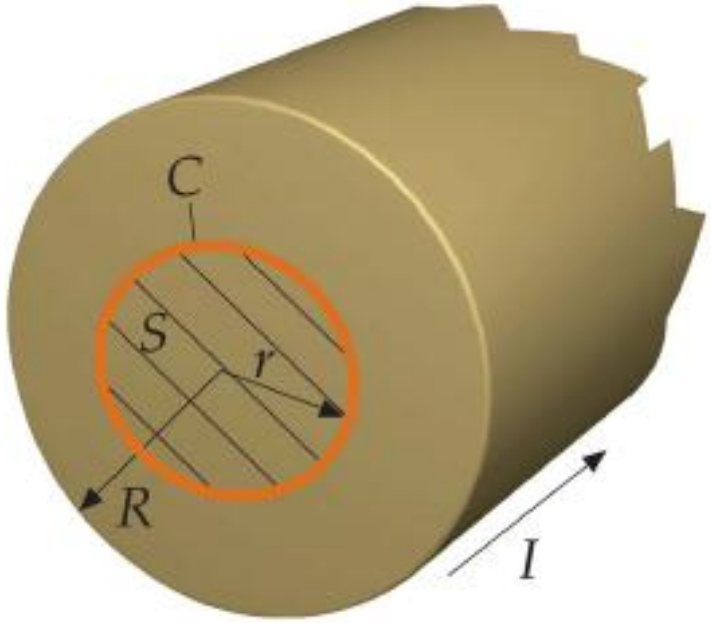
$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \oint_C B\cos 0^o\, dl = B\oint_C dl = B2\pi r \qquad \mu_0 I_{int} = ?$$

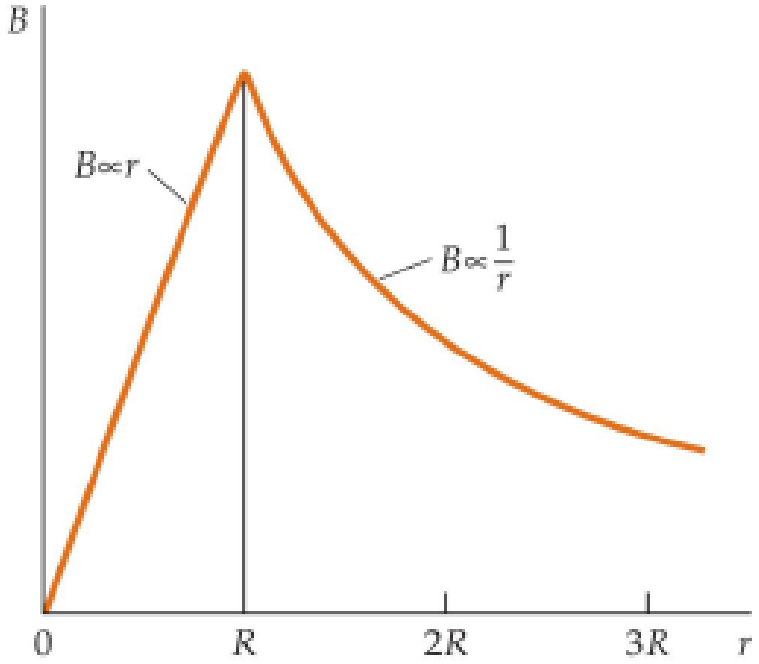
$$\sigma = \frac{I}{\pi R^2} \Rightarrow \mu_0 I_{int} = \mu_0\, \sigma\, \pi r^2 = \mu_0\, \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 = \mu_0\, I\, \frac{r^2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R^2}$$

13.2 Campo B num condutor

Considere um condutor longo, de raio *R*, por onde passa uma corrente *I* uniformemente distribuída pela secção do condutor.
Determine o campo magnético ***B*** no exterior e no interior do condutor.





$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R^2} \quad , \quad r < R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad , \quad r > R$$

13.3 Campo B de um solenóide

Pode-se usar a Lei de Ampère para calcular o campo magnético criado por um solenóide, desde que se escolha a linha de integração apropriada.

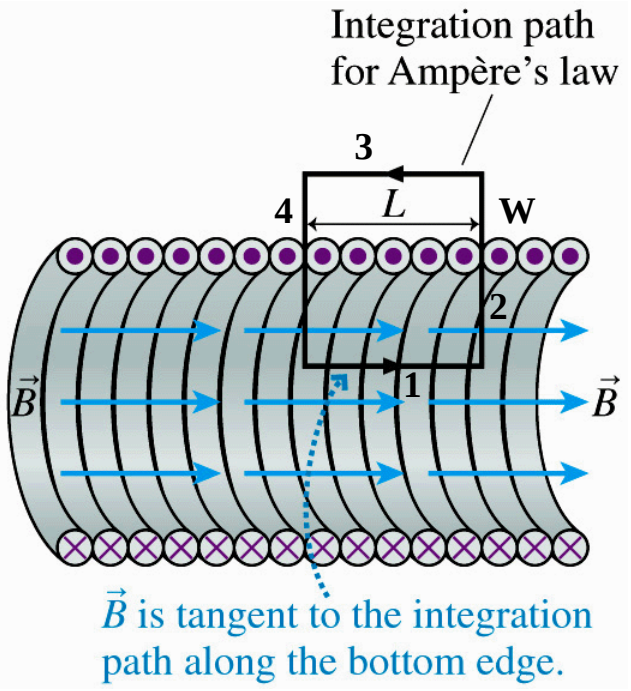
Considere-se para circulação um rectângulo $L \times W$ em que um dos lados horizontais (L) está dentro do solenóide.

Se o rectângulo englobar N fios da bobina, então $I_{interior} = NI$.

Pela Lei de Ampère tem-se:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 NI$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B_1 L + B_2 W + B_3 L + B_4 W$$



13.3 Campo B de um solenóide

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 NI$$

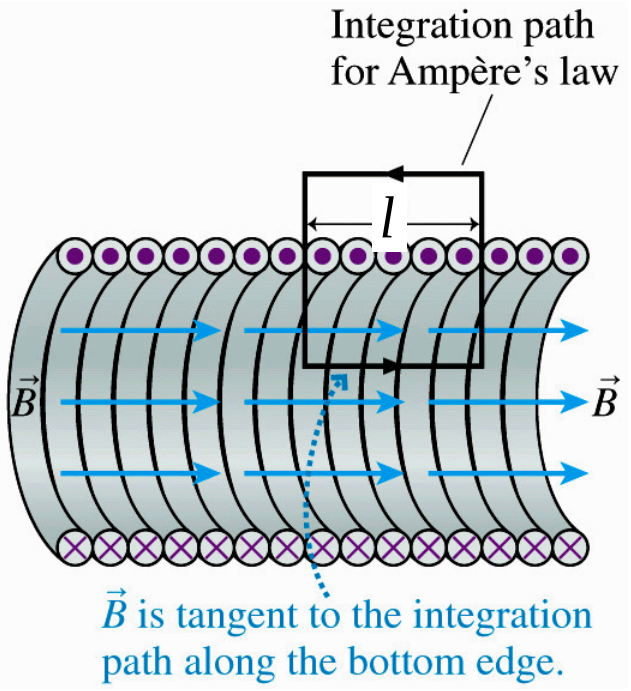
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B_1 l + B_2 W + B_3 l + B_4 W$$

O lado 1 é paralelo a B $\Rightarrow$ B_1=B.

Os lados 2 e 4 são perpendiculares a B $\Rightarrow$ B_2=B_4=0.

O lado 3 está fora do solenóide, pelo que B_3=0.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B_1 l = \mu_0 NI \quad \Longrightarrow \quad B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

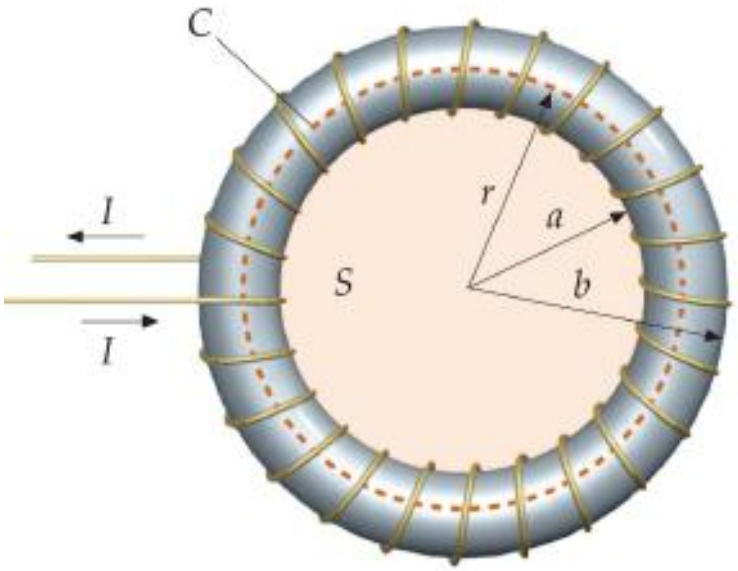


Se **n = N/l** for o número de espiras por unidade de comprimento:

$$B = \mu_0 n I$$

13.4 Campo B de um toro

Considere uma corrente I que passa num condutor enrolado N vezes sobre um toro, como indicado na figura. Determine o campo magnético criado por esta corrente, pela Lei de Ampère



Por simetria, **B** é tangente à circunferência C e a sua amplitude é constante ao longo desta:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B2\pi r = \mu_0 I_{int}$$

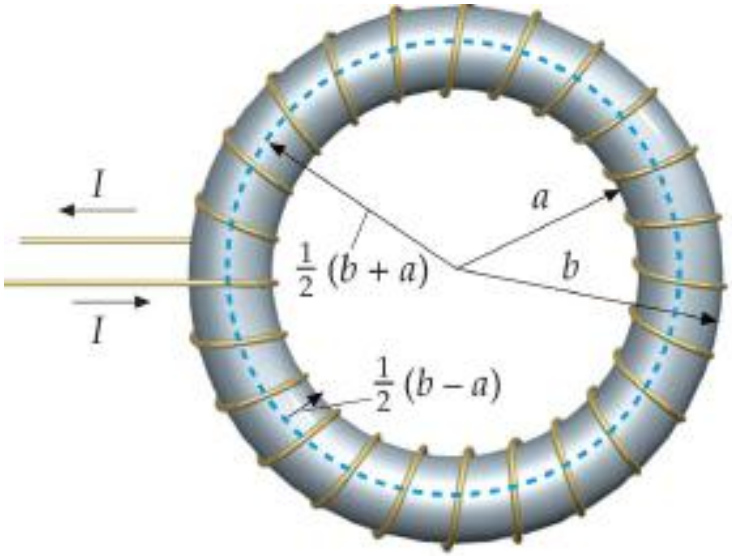
A corrente total englobada pela circunferência é NI. $\Rightarrow$ $B2\pi r = \mu_0 NI$ $\Rightarrow$ $B = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

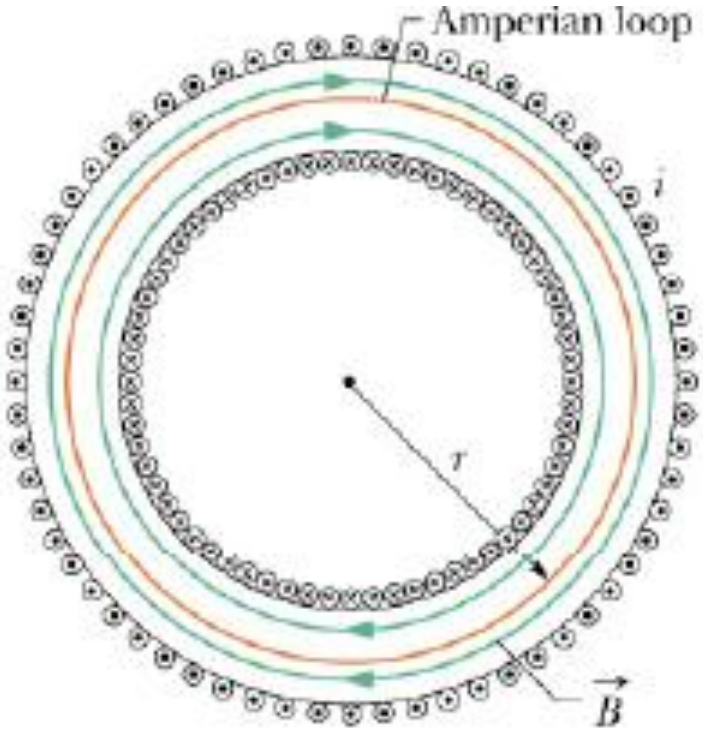
$(a < r < b)$

13.4 Campo B de um toro

Para **r<a**, não há correntes dentro da circunferência de circulação, pelo que B=0.

Para **r>b**, "cada corrente" entra com um sentido e sai com o oposto uma vez em cada espira, pelo que a soma das correntes é zero e B=0.



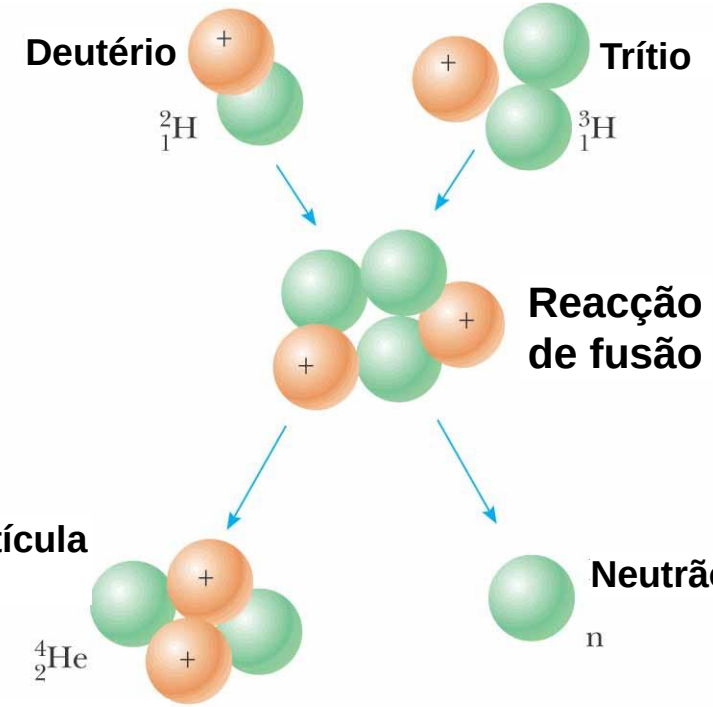


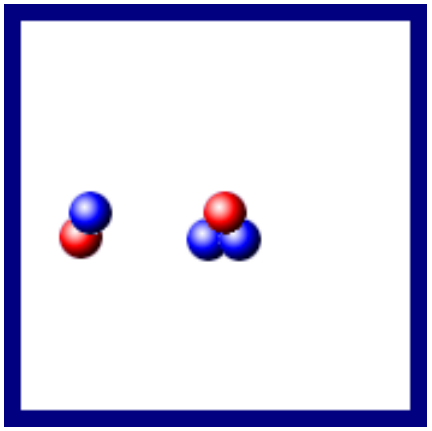
$$\vec{B} = \vec{0}$$

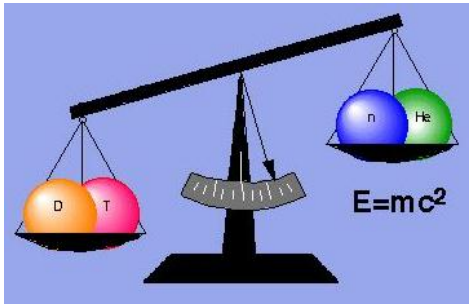
$$(r < a \; ; \; r > b)$$

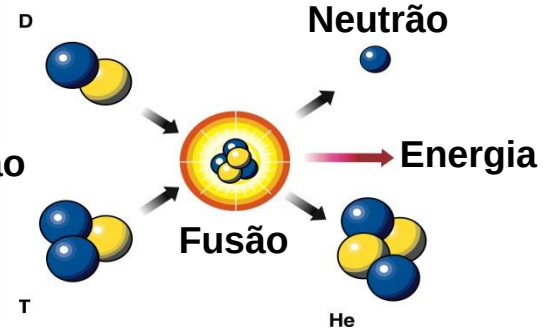
13.5 Aplicações – fusão nuclear

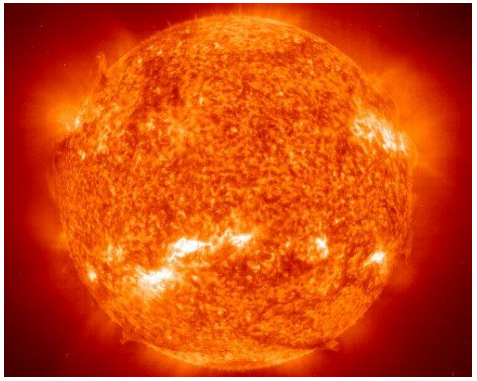
Quando dois núcleos leves (A < 20) se combinam para formar um núcleo mais pesado dá-se libertação de energia (porque a energia de ligação dos núcleos leves é menor do que a do núcleo pesado).











13.5 Aplicações – fusão nuclear

Exemplos:

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} $$

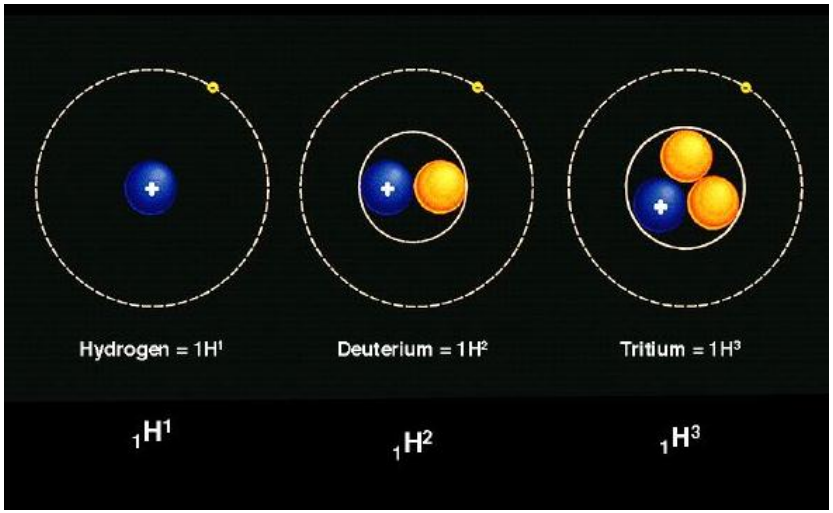
Q = 3,27 MeV

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} $$

Q = 4,03 MeV

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} $$

Q = 17,59 MeV



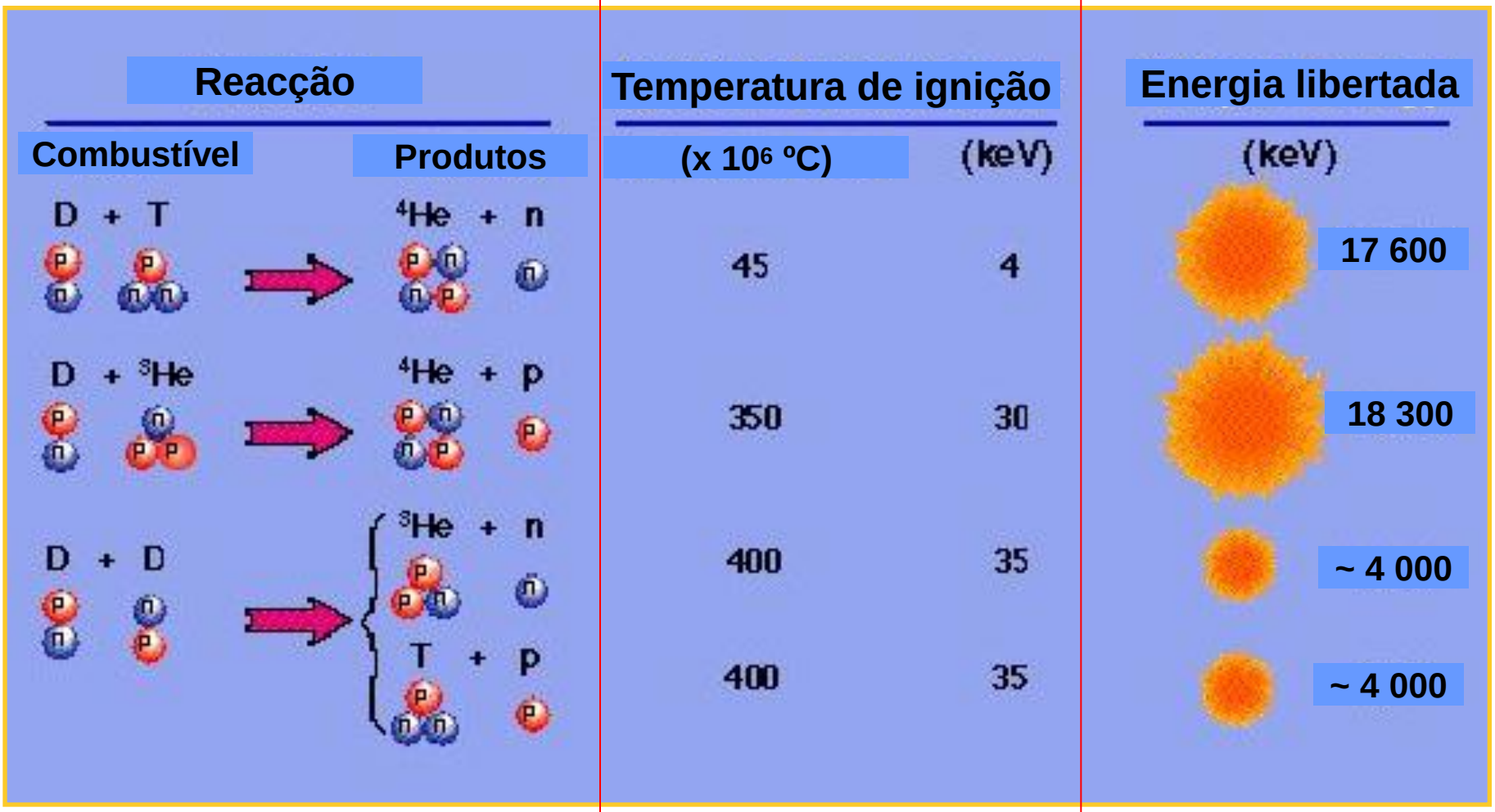
A

Hidrogénio 1

Deutério 2

Trítio 3

13.5 Aplicações – fusão nuclear



13.5 Aplicações – fusão nuclear

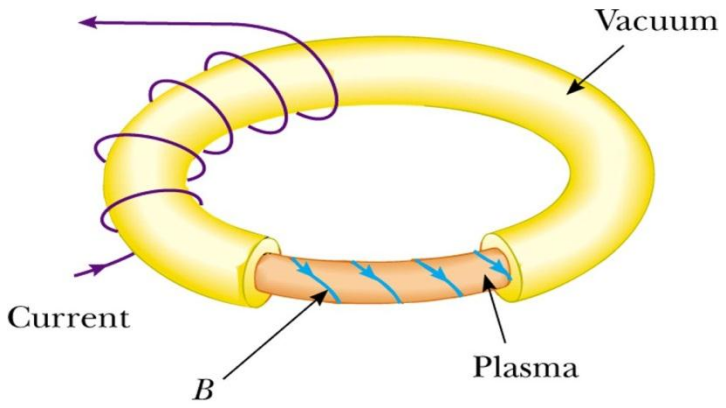
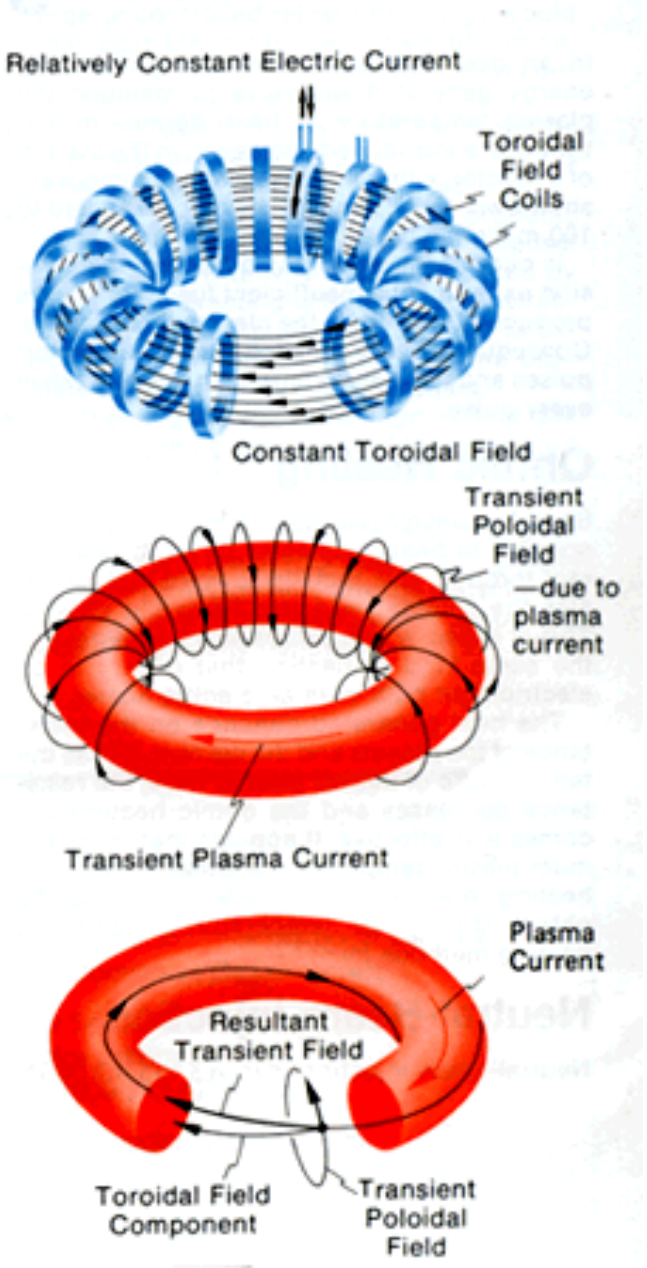
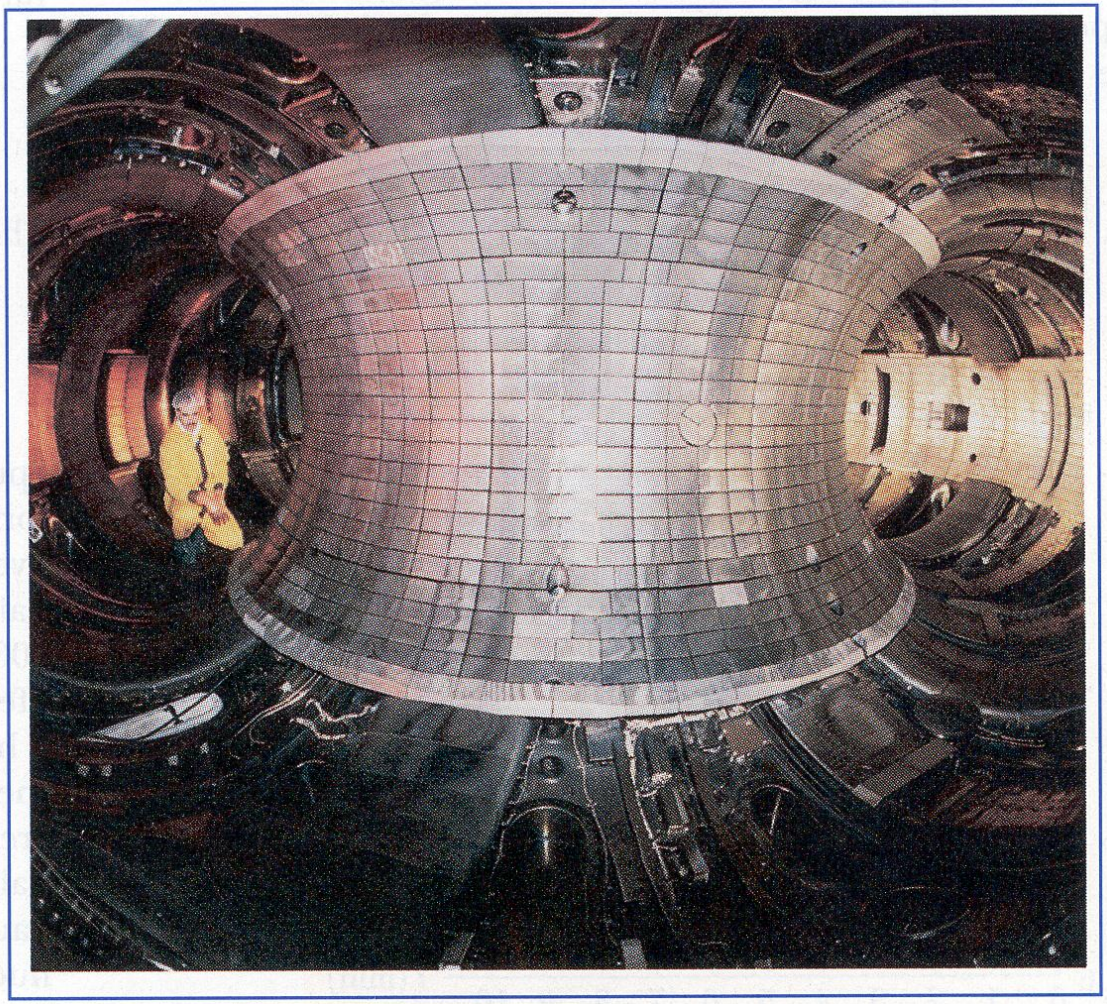


Diagrama de um *TOKAMAK*

- **Dois campos magnéticos confinam o plasma no interior de um toro.**
- **As linhas de campo são helicoidais e evitam que o plasma toque nas paredes da câmara de vácuo.**



13.5 Aplicações – fusão nuclear



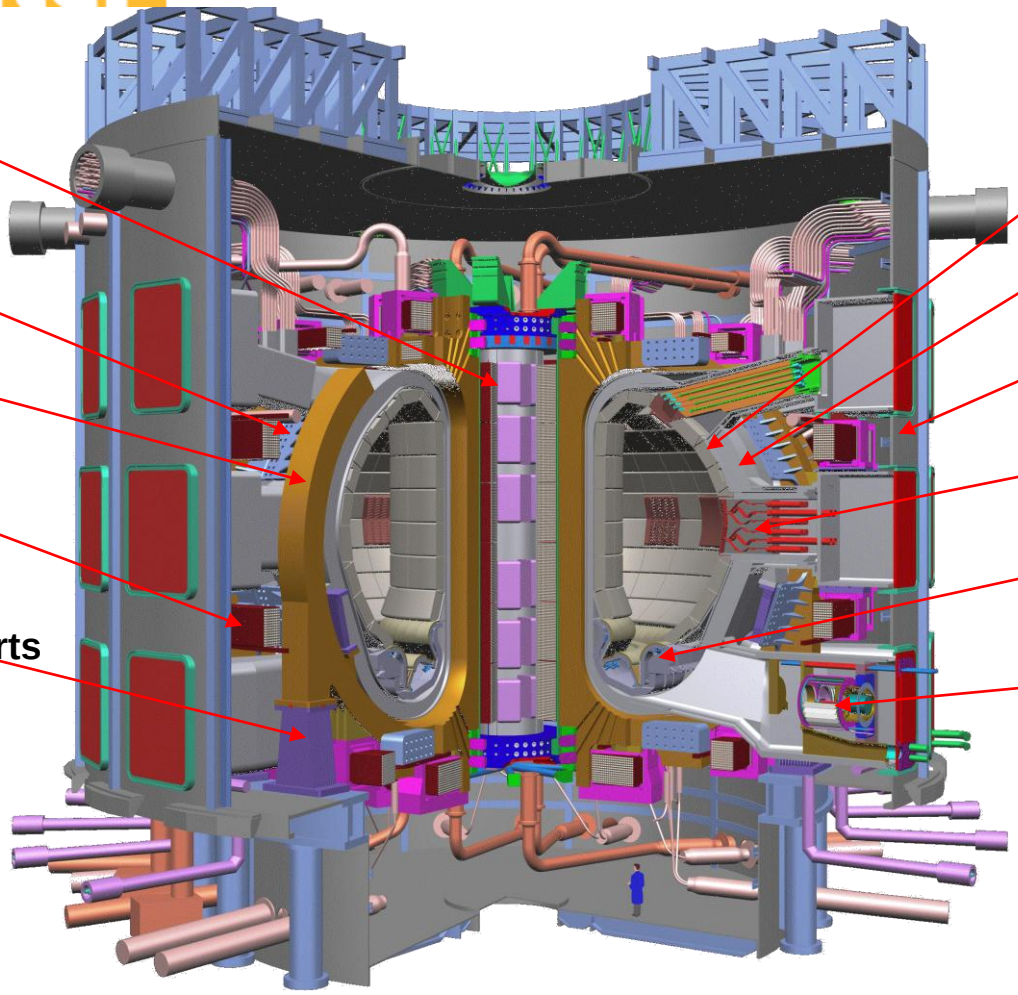
Interior view of the Tokamak Fusion Test Reactor (TFTR) vacuum vessel. This reactor is located at the Princeton Plasma Physics Laboratory, Princeton University, New Jersey. Graphite tiles, which protect the vessel from neutral beams, can be seen to the right along the middle of the outer wall of the chamber, and at the top and bottom of the chamber. Ion cyclotron radio-frequency launchers are seen at the left of the vessel near the shoulders of the kneeling person. *(Courtesy of Princeton Plasma Physics Laboratory)*

13.5 Aplicações – fusão nuclear

the way to new energy

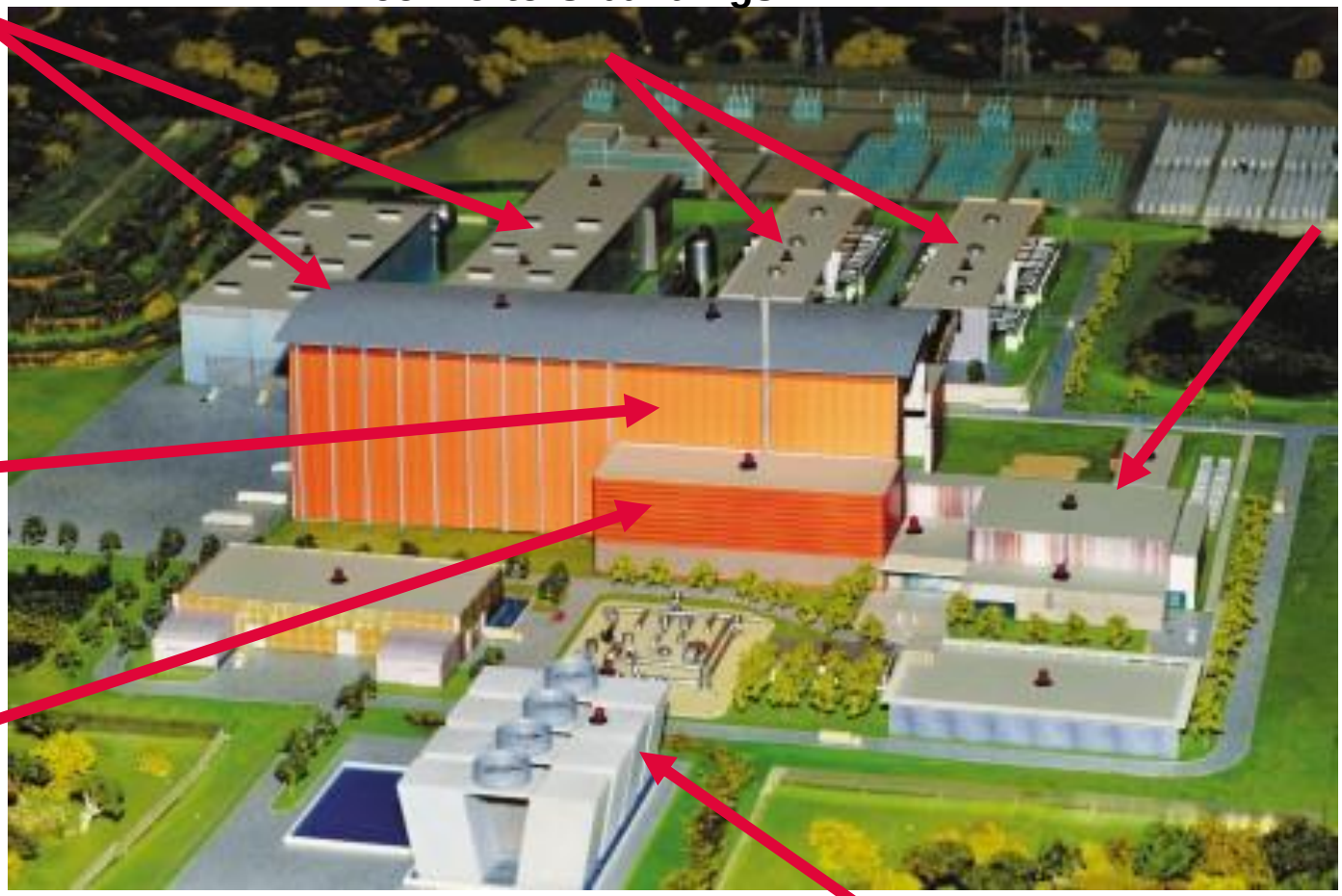
iter

china eu india japan korea russia usa



ITER- International Thermonuclear Experimental Reactor

ITER- International Thermonuclear Experimental Reactor



- Will cover an area of about 60 ha
- Large buildings up to 170 m long
- Large number of systems

Visita *virtual* ao reactor ITER

Simulação 1

Simulação 2